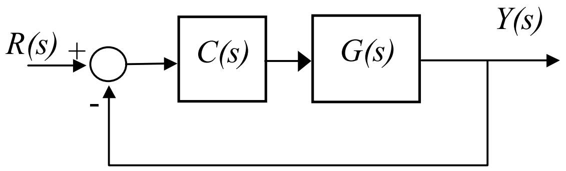
20 - AUTOMAÇÃO E CONTROLE

Considere a configuração clássica de controle representada no diagrama de blocos, no qual *G(s)* corresponde à Planta e *C(s)*, a um Compensador.

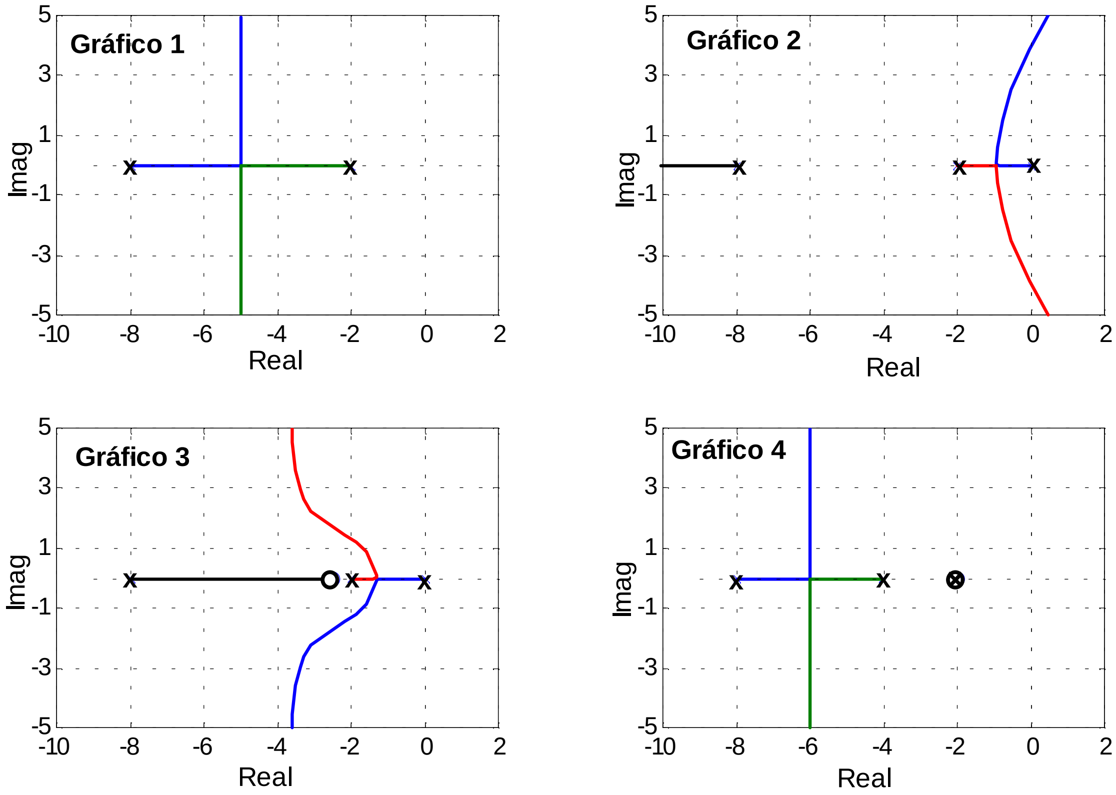


A Planta é modelada pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(0,5s+1)(0,125s+1)}$$

Os quatro gráficos mostram o lugar das raízes para K > 0, ao se considerarem quatro compensadores diferentes. Cada um desses compensadores é modelado de acordo com um dos seguintes tipos:

Tipo 1: $C(s) = \dfrac{K(s+a)}{(s+b)}$ **Tipo 2**: $C(s) = K$ **Tipo 3**: $C(s) = \dfrac{K}{s}$



a) Qual dos três tipos de compensador foi empregado para dar origem a cada um dos quatro gráficos de lugar das raízes? Quando for o caso, identifique os valores aproximados dos pólos e zeros do compensador escolhido. **(valor: 7,0 pontos)**

b) Considere agora os requisitos de desempenho abaixo para a resposta ao degrau desse sistema em malha fechada.

- Erro de estado estacionário (regime permanente) nulo, definido como: $\lim_{t \to \infty} e(t) = 0$ onde $e(t) = r(t) - y(t)$
- Tempo de acomodação: $t_s \leq 1,2$ segundos .

Com base nos dados apresentados, indique o gráfico cujo compensador permite atender os requisitos de desempenho. Justifique sua resposta. **(valor: 3,0 pontos)**

Observação: para os sistemas em malha fechada dos gráficos 2 e 3, considere dinâmica de 2ª ordem dominante.

Dados / Informações Técnicas

- Teorema do valor final: $\lim_{t \to \infty} x(t) = \lim_{s \to 0} sX(s)$
- Sistema padrão de 2ª ordem: $P(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$
- Tempo de acomodação: é o tempo necessário para a resposta ao degrau permanecer no valor correspondente a 95% do valor de regime permanente.

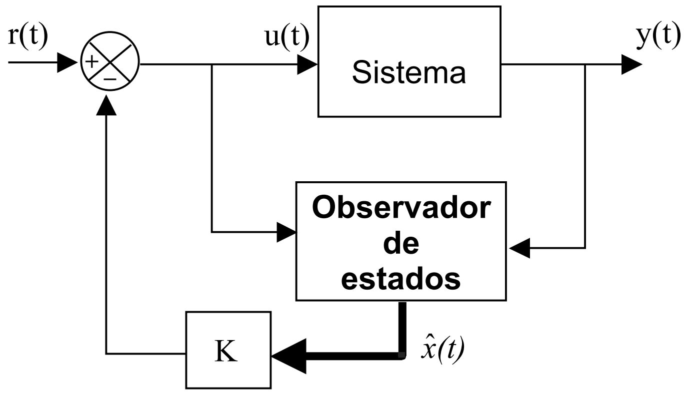
$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n}$$

21 - AUTOMAÇÃO E CONTROLE

O diagrama de blocos representa uma estrutura de controle com realimentação de estado estimado por um observador. O sistema a ser controlado é representado no espaço de estados pelas equações:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$

As matrizes A, B e C têm dimensões compatíveis com a ordem do sistema e com os números de entradas e saídas.



O observador de estados é representado pela equação a seguir, em que L é a matriz de ganhos do observador e $\hat{x}(t)$ é o estado estimado.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - C\hat{x}(t)]$$

A dinâmica do erro de estimação é descrita por:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \qquad \text{com} \qquad e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

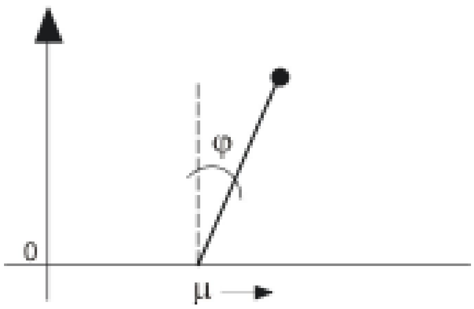
A matriz L deve ser calculada de forma que:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$$

a) Obtenha a representação de estados correspondente ao sistema em malha fechada, considerando o vetor de estados aumentado na forma $x_a(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$. **(valor: 4,0 pontos)**

b) Determine, com base no princípio da separação, as expressões que permitem calcular os autovalores do sistema em malha fechada, em função das matrizes de ganhos K e L. **(valor: 2,0 pontos)**

c) A figura abaixo representa um pêndulo invertido. O modelo linear a seguir aproxima sua dinâmica para pequenas variações do ângulo φ .



Modelo em espaço de estados: $\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$ em que $x(t) = \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix}$

Calcule a matriz de ganhos do observador $L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$, de modo que os autovalores de $(A\text{-}LC)$ sejam iguais ao par complexo conjugado $\{-5+j5\ ,\ -5-j5\}$. **(valor: 4,0 pontos)**

Dados / Informações Técnicas

- Polinômio característico de uma matriz M:

$$\Delta = \det\ (\lambda \mathrm{I} - M)$$

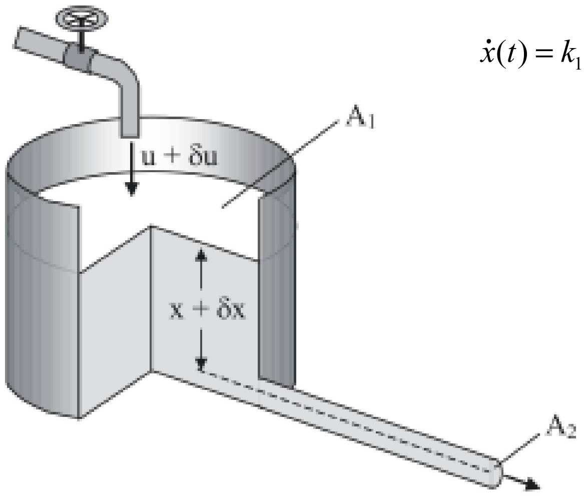
- Propriedade de matrizes bloco triangulares:

$$P = \begin{bmatrix} X & Y \\ 0 & Z \end{bmatrix} \Rightarrow \det(\mathrm{P}) = \det(\mathrm{X})\ \det(\mathrm{Z}).$$

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$$

22 - AUTOMAÇÃO E CONTROLE

A figura representa um reservatório de água alimentado por uma tubulação controlada por meio de uma válvula de entrada. Esse sistema é não linear. Como o fluido se movimenta em baixa velocidade, a equação diferencial a seguir representa o seu comportamento dinâmico.



$$\dot{x}(t) = k_1\sqrt{x(t)} + k_2 u(t)$$

Variáveis e parâmetros do sistema:

x é o nível de água no reservatório (m);
u é a variação do fluxo de entrada (kg/s);
A_1 é a área da seção reta do tanque (m^2);
A_2 é a área da seção reta da tubulação de saída (m^2) ;
k_1 e k_2 são constantes que dependem das áreas A_1 e A_2 e da densidade do fluido.

Em regime permanente, quando as vazões de entrada e de saída são iguais, tem-se $\dot{x}(t) = 0$. Nessa situação, definem-se os valores de equilíbrio x_e e u_e, relativos às variáveis x e u. Pode-se escrever:

$$x(t) = x_e + \Delta x(t)$$
$$u(t) = u_e + \Delta u(t) \quad ,$$

em que Δx e Δu representam pequenos desvios dos valores de equilíbrio.

a) Encontre, na situação de equilíbrio, a expressão matemática de u_e em função de k_1, k_2 e x_e. **(valor: 2,0 pontos)**

b) Obtenha uma equação diferencial que represente a dinâmica linear do desvio de nível Δx, em função da variável de entrada Δu e dos parâmetros k_1, k_2 e u_e. **(valor: 8,0 pontos)**

Dados / Informações Técnicas

Aproximação linear de uma função $f(v,w)$ em torno de um ponto $(v_e\,, w_e)$:

$$f(v,w) = f(v_e, w_e) + (v - v_e)\left.\frac{\partial f}{\partial v}\right|_{v=v_e, w=w_e} + (w - w_e)\left.\frac{\partial f}{\partial w}\right|_{v=v_e, w=w_e}$$

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$$