

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS

## Capítulo I: Introdução aos Sistemas de Controle

1.1 Um sargento parava todo dia às 9 horas da manhã em frente a uma joalheria e acertava o seu relógio com um cronômetro colocado na janela. Certo dia, o sargento entrou na loja e indagou ao seu proprietário a cerca precisão do cronômetro. “Este cronômetro está de acordo com a hora do observatório nacional?”. “Não”, respondeu o proprietário. “Eu o acerto todos os dias às 5 horas da tarde com o tiro do canhão do forte”. E continuou: “Diga-me sargento, porque o senhor pára todos os dias em frente à minha loja e observa seu relógio?”. O sargento então respondeu: “Eu acerto o meu relógio com o seu cronômetro, pois sou eu quem dispara o canhão do forte”.

(a) O sistema descrito acima é em malha aberta ou fechada?

(b) Se o cronômetro da joalheria atrasa 1 minuto a cada 24 horas e o relógio do sargento atrasa 1 minuto a cada 8 horas, qual o erro entre a hora que o canhão deveria ser disparado e aquela em que é efetivamente disparado após 15 dias? Considere como instante inicial aquele em que o sargento dispara um tiro de canhão pela primeira vez.

1.2 Sistemas de controle usavam no passado um operador humano como parte de um sistema de controle em malha fechada. Desenhe o diagrama de blocos do sistema mostrado na figura 1.

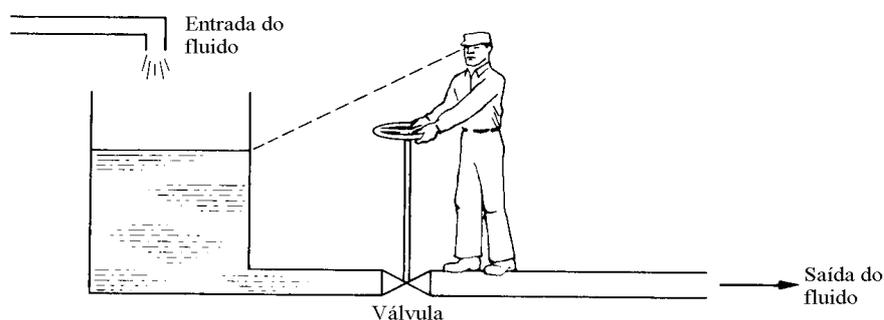


Figura 1: Sistema de controle manual de nível do problema 1.2

1.3 Seja o sistema descrito pela equação diferencial

$$y(t) = t \frac{d}{dt} u(t)$$

onde  $y(t)$  é a saída e  $u(t)$  é a entrada. Pergunta-se:

- (a) O sistema é linear ou não-linear?
- (b) O sistema é variante ou invariante no tempo?
- (c) O sistema é causal ou antecipativo?

1.4 Demonstre que a conexão em cascata de dois sistemas lineares, onde  $v(t) = L_1[u(t)]$  e  $y(t) = L_2[v(t)]$  como mostrado na figura 2, é linear?

1.5 A um sistema, cujas entrada e saída são representadas por  $u(t)$  e  $y(t)$  respectivamente, aplicam-se as entradas  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  e  $u_3(t)$  obtendo-se as respectivas saídas  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  e  $y_3(t)$ , representadas na figura 3. Deseja-se saber se o sistema é:

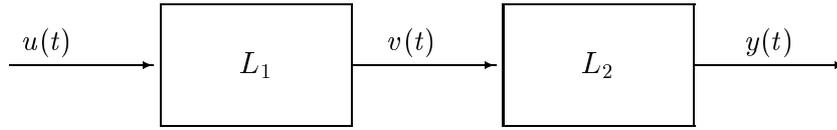


Figura 2: Diagrama de blocos para o problema 1.4

- (a) variante ou invariante no tempo;  
 (b) linear ou não-linear;

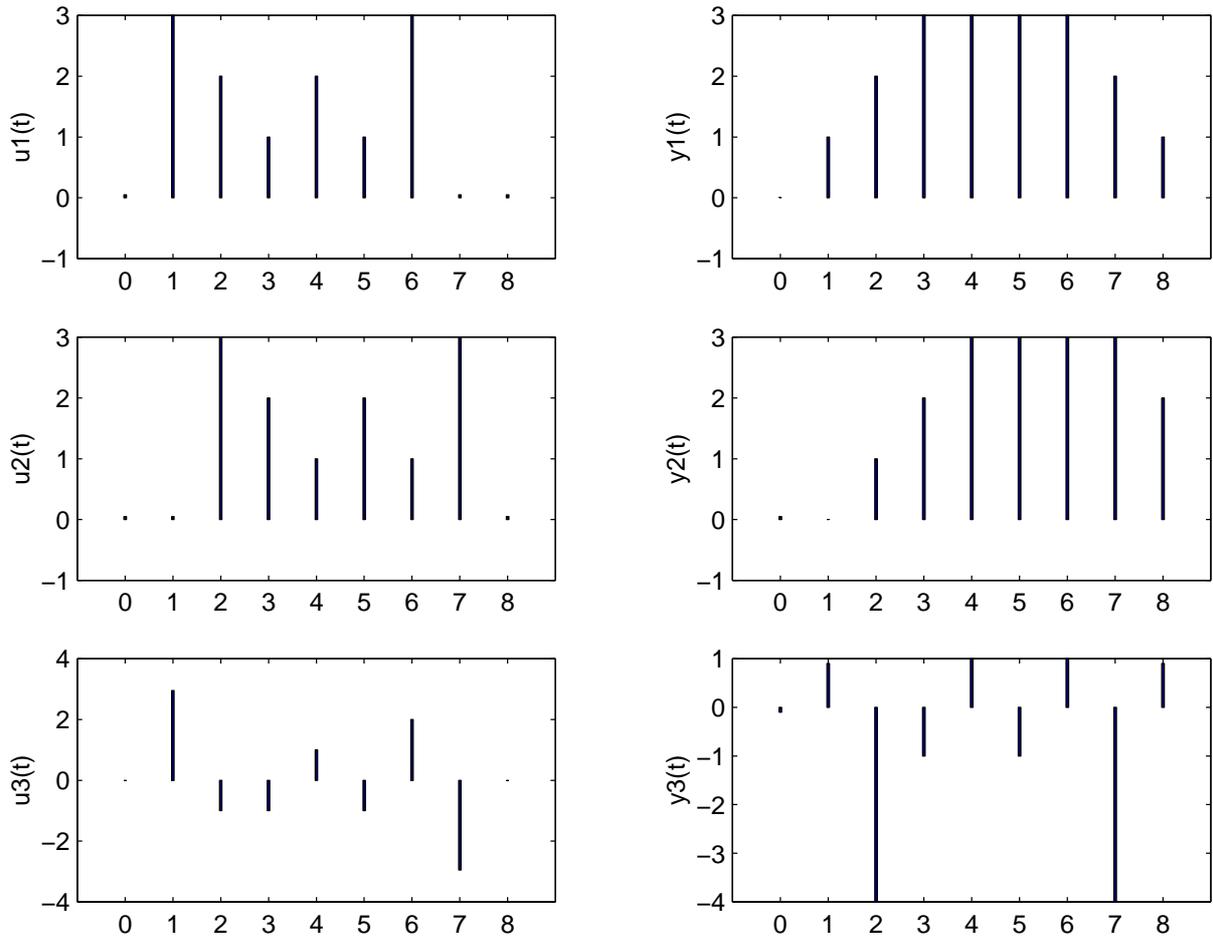


Figura 3: Sinais de entrada e saída para o exercício 1

1.6 Num sistema a dois estados, representados pelos símbolos  $a$  e  $\bar{a}$ , admite-se como excitações e respostas, quaisquer funções  $f \in \mathcal{F}$ ,  $\mathcal{F} = \{x : \mathcal{Z} \rightarrow \mathcal{A}\}$ , onde  $\mathcal{Z}$  representa o conjunto dos números inteiros e  $\mathcal{A} = \{0, 1\}$ . Para o instante inicial, o sistema se encontra no estado  $a$ .

(a) Determine a resposta à seqüência de símbolos  $0, 0, 1, 1, 0, 1$ , sabendo que  $\Phi$  é a função que dá a evolução dos estados e  $\Psi$  é a função que dá a evolução da saída, isto é:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi[x(k), u(k)] \\ y(k) &= \Psi[x(k), u(k)] \end{aligned} \quad (1)$$

	$\Phi$	
	$x(k)$	$u(k)$
	$a$	$\bar{a}$
0	$a$	$\bar{a}$
1	$\bar{a}$	$a$

$$(a) x(k+1) = \Phi[x(k), u(k)]$$

	$\Psi$	
	$y(k)$	$u(k)$
	$a$	$\bar{a}$
0	1	0
1	0	1

$$(b) y(k) = \Psi[x(k), u(k)]$$

Tabela 1: Tabelas verdades para determinação dos estados ( $x$ ) e das saídas ( $y$ ) referentes ao problema 1.6

sendo  $\Phi[x(k), u(k)]$  e  $\Psi[x(k), u(k)]$  dadas conforme as tabelas 1(a) e 1(b)

(b) Classifique o sistema em: (i) monovariável ou multivariável; (ii) variante ou invariante no tempo; (iii) causal ou não-causal; (iv) determinístico ou estocástico; (v) contínuo ou discreto; (vi) instantâneo ou dinâmico.

## Capítulo II: Transformada de Laplace

2.1 Determine a transformada inversa de Laplace das seguintes funções:

$$(a) F(s) = \frac{10}{(s+1)^2(s^2+2s+2)}$$

$$(b) F(s) = \frac{39}{s^2(s^2+4s+1)(s+3)}$$

$$(c) X(s) = \frac{1}{s^3+7s^2+20s+24}$$

$$(d) Y(s) = \frac{20}{s^4+9s^3+30s^2+42s+20}$$

$$(e) R(s) = \frac{0,9524(s^2+2s+1)}{s(s+1)(s^2+2s+2)}$$

$$(f) U(s) = \frac{1,82(s+1,1)}{s(s+1)(s^2+2s+1)}$$

$$(g) W(s) = \frac{16(s+1)(s+10)}{s(s+2)^3(s^2+6s+10)}$$

2.2 Determine  $x(t)$  utilizando a transformada de Laplace

$$(a) \dot{x}(t) + x(t) = 0, x(0) = 2$$

$$(b) \ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5y(t) = u(t), u(t) = 10u_0(t) \text{ e } y(0) = 2 \text{ e } \dot{y}(0) = -4$$

$$(c) \ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t), u(t) = u_1(t) \text{ e } y(0) = 0 \text{ e } \dot{y}(0) = -2$$

$$(d) y^{(3)}(t) + 4\ddot{y}(t) + 14\dot{y}(t) + 20y(t) = r(t), r(t) = \text{Sen}(5t + \pi/4), y(0) = -4, \dot{y}(0) = 1 \text{ e } \ddot{y}(0) = 0.$$

2.3 Demonstre que

$$\mathcal{L}[f(t/\alpha)] = \alpha F(\alpha s)$$

onde  $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$

2.4 Considere a seguinte operação matemática, onde  $f_1(t) = f_2(t) = 0, \forall t < 0$ :

$$\begin{aligned} f_1(t) \star f_2(t) &= \int_0^\infty f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_0^\infty f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau \\ &= \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Demonstre que  $\mathcal{L}[f_1(t) \star f_2(t)] = F_1(s)F_2(s)$ .

2.5 Demonstre que

$$\mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{d}{ds}F(s)$$

e calcule  $\mathcal{L}[t \text{ Sen}t]$ .

2.6 Demonstre que

$$\mathcal{L}[f(t - a)u_0(t - a)] = e^{-as}F(s).$$

2.7 Calcule as transformadas de Laplace das seguintes funções:

(a)  $v(t) = te^{-2t}$

(b)  $g(t) = t \text{ Cos}5t$

(c)  $y(t) = e^{-t} \text{ Sen}\omega t$

(d)  $u(t) = \sum_{k=0}^\infty g(kT)\delta(t - kT)$ , onde  $g(t)$  é uma função contínua em  $t \in \mathbb{R}$ .

(e)  $r(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ t + 1, & 1 \leq t < 3 \\ 4, & 3 \leq t \leq 4 \\ 0, & t > 4 \end{cases}$

2.8 Encontre a transformada de Laplace da função dente de serra, representada na figura 4, sabendo que  $y(t + 20T) = y(t), \forall T \in \mathbb{N}$

Resp.:  $Y(s) = \frac{1 - e^{-10s}}{s^2(1 + e^{-10s})}$

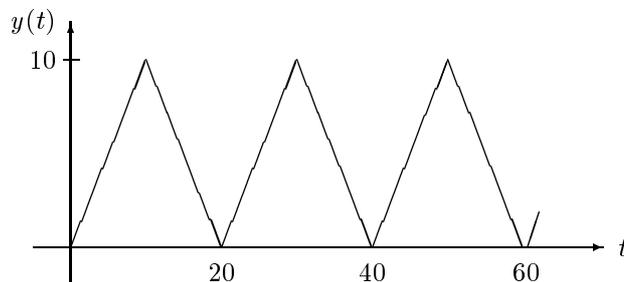


Figura 4: Representação gráfica da função dente de serra (problema 2.8)

2.9 Um sistema físico é descrito pela seguinte equação diferencial:

$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 9y(t) = 4u(t - 1).$$

Calcule a resposta  $y(t)$  para uma entrada  $u(t) = u_0(t)$ , supondo que  $\dot{y}(0) = y(0) = 0$ .

2.10 Considere a função polinomial

$$\begin{aligned} p : \mathbb{C} &\longmapsto \mathbb{C} \\ s &\longmapsto p(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \end{aligned}$$

onde  $a_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ . Mostre que  $p(z^*) = p^*(z)$ ,  $\forall z \in \mathbb{C}$ , onde  $z^*$  denota o conjugado complexo de  $z$ .

*Dica:* Use a forma polar, isto é,  $z = r e^{j\theta}$ .

2.11 Considere a função racional

$$\begin{aligned} f : \mathbb{C} &\longmapsto \mathbb{C} \\ s &\longmapsto f(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \end{aligned}$$

onde  $b(s)$  e  $a(s)$  são polinômios em  $s$  de graus  $m$  e  $n$ , respectivamente. Mostre que  $\forall z \in \mathbb{C}$ ,  $f(z^*) = f^*(z)$ .

### Capítulo III: Modelos Matemáticos de Sistemas Lineares

3.1 Um termistor (sensor de temperatura) tem uma resposta à temperatura dada por

$$R(\theta) = R_0 e^{-0.1\theta}$$

onde  $R(\theta)$  denota a resistência em função da temperatura  $\theta$  (expressa em  $^{\circ}C$ ) e  $R_0 = 10.000\Omega$ . Encontre o modelo linear para o termistor a  $\theta = 20^{\circ}C$  e para um pequeno intervalo de variação de temperatura.

3.2 Um amplificador não-linear pode ser descrito pela seguinte característica:

$$v_0(t) = \begin{cases} v_i^2(t), & v_i(t) \geq 0 \\ -v_i^2(t), & v_i(t) < 0 \end{cases}$$

O amplificador será operado em um intervalo de  $\pm 0,5V$  do ponto de operação. Descreva o amplificador por uma aproximação linear, quando o ponto de operação for  $v_i(t) = 1V$ . Dê um esboço da função não-linear e da aproximação para este caso.

3.3 Uma impressora laser usa uma estrutura a laser para imprimir rapidamente cópias a partir de um computador. O laser é posicionado por uma entrada de controle  $u(t)$ , de tal forma que:

$$Y(s) = \frac{500(s + 100)}{s^2 + 60s + 500} U(s)$$

Para uma entrada  $u(t)$  igual ao degrau unitário, encontre a saída  $y(t)$  e o valor final de  $y(t)$ , isto é  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ .

3.4 Um circuito chaveador é usado para converter um nível de tensão DC. Uma parte deste circuito é o filtro representado na figura 5, que filtra as altas frequências. Calcule a função de transferência  $V_2(s)/V_1(s)$ .

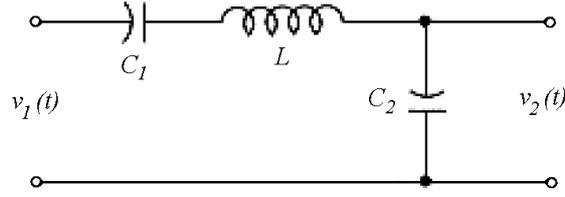


Figura 5: Filtro passa-baixa para o exercício 3.4

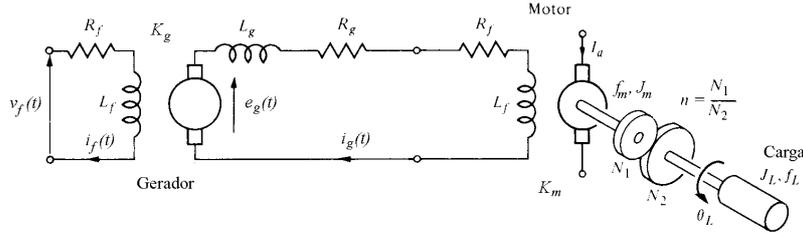


Figura 6: Sistema de controle a malha aberta do exercício 3.5

3.5 Um sistema eletromecânico de controle a malha aberta é mostrado na figura 6, onde  $J_L$  e  $f_L$  denotam, respectivamente, o momento de inércia e o coeficiente de fricção da carga, e  $J_m$  e  $f_m$  representam o momento de inércia e o coeficiente de fricção do motor, respectivamente. O gerador fornece tensão para o enrolamento de campo e a tensão por ele gerada pode ser considerada proporcional à corrente de campo  $i_f(t)$ . Despreze o torque de perturbação e obtenha a função de transferência

$$T(s) = \frac{\Theta_L(s)}{V_f(s)}$$

3.6 Uma representação simplificada de um sistema de controle de temperatura é dada na figura 7, cuja temperatura do processo ( $t_p(t)$ ) é controlada pela resistência do aquecedor. Uma representação aproximada da dinâmica desse sistema é:

$$T_p(s) = \frac{\bar{K}}{\tau s + 1} V(s) - \frac{1}{\tau s + 1} T_e(s)$$

onde  $t_e(t)$  representa a temperatura do meio-ambiente,  $v(t)$  é a tensão nos terminais da resistência do aquecedor e  $K$  uma constante. Assuma ainda que a tensão no aquecedor é proporcional à tensão da bateria  $E_b$  e que a saída do atuador é proporcional à entrada no mesmo, o que implica que

$$v(t) = K K_a E_b e(t)$$

(a) Construa um diagrama de blocos representativo do sistema;

(b) Determine a função de transferência do sistema relacionando a temperatura real do processo ( $t_p(t)$ ) com a temperatura desejada ( $t_d(t)$ ), e a temperatura do meio-ambiente ( $t_e(t)$ ).

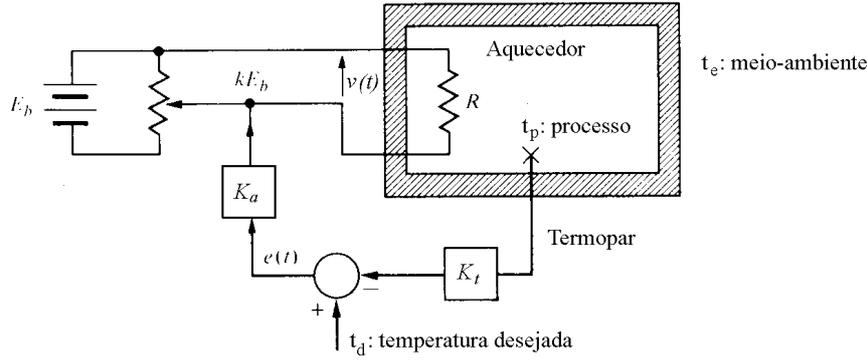


Figura 7: Representação simplificada de um sistema de controle de temperatura (exercício 3.6).

3.7 A planta de um sistema de controle de vazão é mostrada na figura 8. Sabe-se que a vazão de saída ( $q_2(t)$ ) é uma função da altura ( $h(t)$ ) do nível de água no interior do tanque, sendo dada por  $q_2(t) = kh^{1/2}(t)$ .

(a) Encontre uma aproximação linear relacionando a variação da altura da água no interior do tanque com a correspondente variação da vazão de saída, isto é,  $\Delta q_2(t) = m \Delta h(t)$  sabendo que o ponto de operação do sistema é  $[h(t), q_2(t)] = (h_0, q_{2_0})$ , onde  $q_{2_0} = kh_0^{1/2}$ .

(b) Use a aproximação linear obtida no item (a) para obter a função de transferência do tanque,  $T(s) = \Delta Q_2(s)/\Delta Q_1(s)$ , sabendo-se ainda que  $q_{1_0} = q_{2_0}$ .

**Obs.:** (1) Suponha que o tanque tem a área da seção transversal constante e igual a  $A$ .

(2) Lembre-se de que a diferença entre a vazão de entrada e a vazão de saída é igual à taxa de variação do volume do líquido no interior do tanque.

(3) Caso não tenha feito o item (a), usar o fato que  $\Delta q_2(t) = m \Delta h(t)$

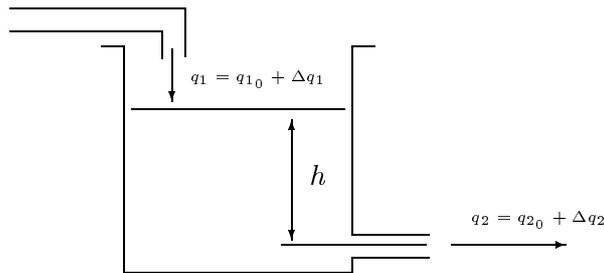


Figura 8: Planta referente ao exercício 3.7

3.8 Para o sistema da figura 9

(a) Obtenha o diagrama de blocos equivalente, relacionando todas as variáveis.

(b) Encontre a função de transferência  $T(s) = \Theta(s)/E_f(s)$

3.9 Encontre a função de transferência global ( $T(s) = Y(s)/R(s)$ ) do sistema cujo diagrama de blocos está representado na figura 10.

3.10 Determine a função de transferência  $T(s) = Y(s)/R(s)$  para o sistema da figura 11.

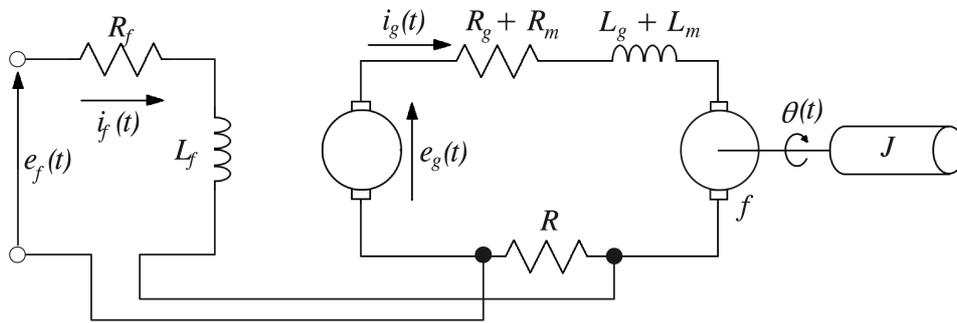


Figura 9: Representação esquemática de um sistema Ward-Leonard com um resistor  $R$  inserido no circuito de armadura

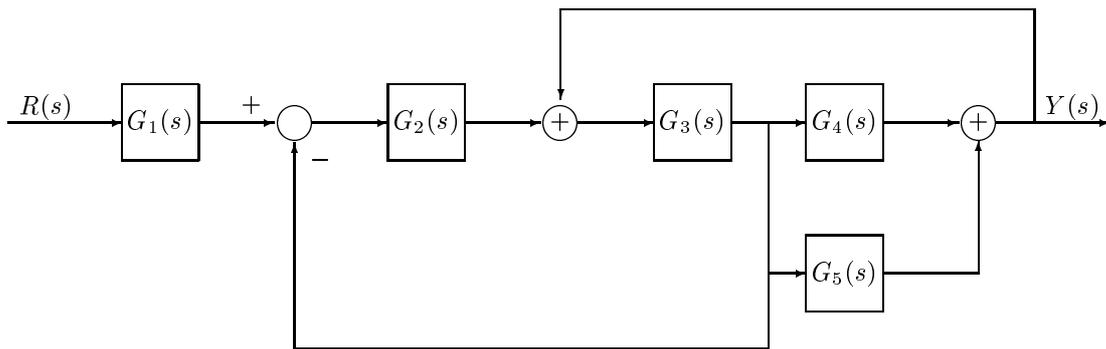


Figura 10: Diagrama de blocos do sistema realimentado do exercício 3.9

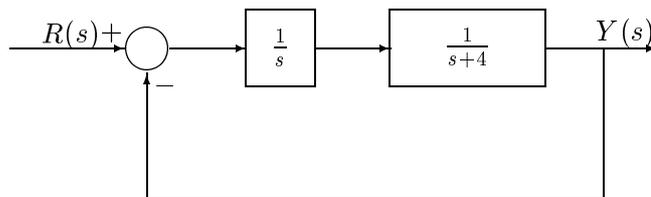


Figura 11: Diagrama de blocos do sistema realimentado do exercício 3.10

3.11 Encontre a função de transferência  $T(s) = Y(s)/R(s)$  do sistema dado na figura 12.

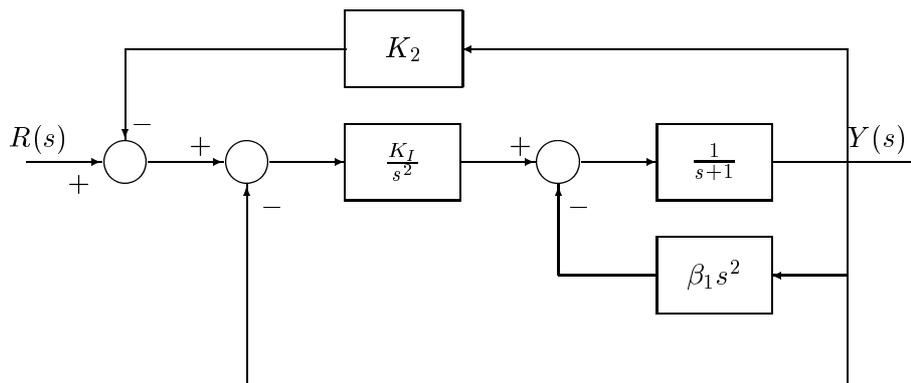


Figura 12: Diagrama de blocos para o sistema realimentado do exercício 3.11

3.12 Obtenha a função de transferência  $T(s) = Y(s)/R(s)$  para o sistema cujo diagrama de blocos é aquele da figura 13.

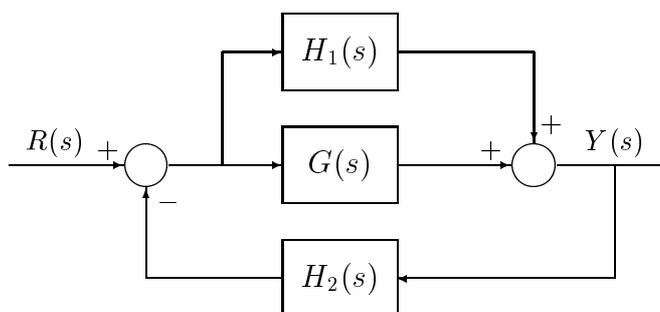


Figura 13: Diagrama de blocos para o sistema de controle realimentado do exercício 3.12

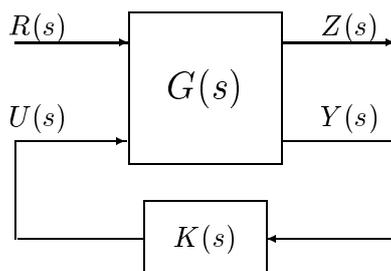


Figura 14: Diagrama de blocos para o sistema do exercício 3.10

3.10 Para o sistema da figura 14, encontre a função de transferência

$$\mathcal{F}_l(G, K) = \frac{Z(s)}{R(s)}$$

onde

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} R(s) \\ U(s) \end{bmatrix}$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$$

## Capítulo IV: Análise da Resposta Transitória

4.1 Um termômetro requer  $1\text{min}$  para indicar 98% da resposta ao degrau. Supondo que o termômetro é um sistema de primeira ordem, determine a sua função de transferência.

4.2 Se o termômetro de exercício anterior for colocado em uma banheira cuja temperatura da água varia linearmente a uma taxa de  $10^\circ/\text{min}$ , quanto erro haverá na leitura do termômetro.

4.3 Determine a resposta ao degrau unitário de um sistema com realimentação unitária negativa cuja função de transferência da planta é:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)}.$$

4.4 Na identificação de um sistema de segunda ordem, representado pelo diagramas de blocos da figura 15(a), adotou-se o seguinte procedimento:

- (1) Excitou-se o sistema com um degrau de amplitude igual a  $5V$ ;
- (2) Observou-se, através de um osciloscópio as curvas representadas na figura 15(b).

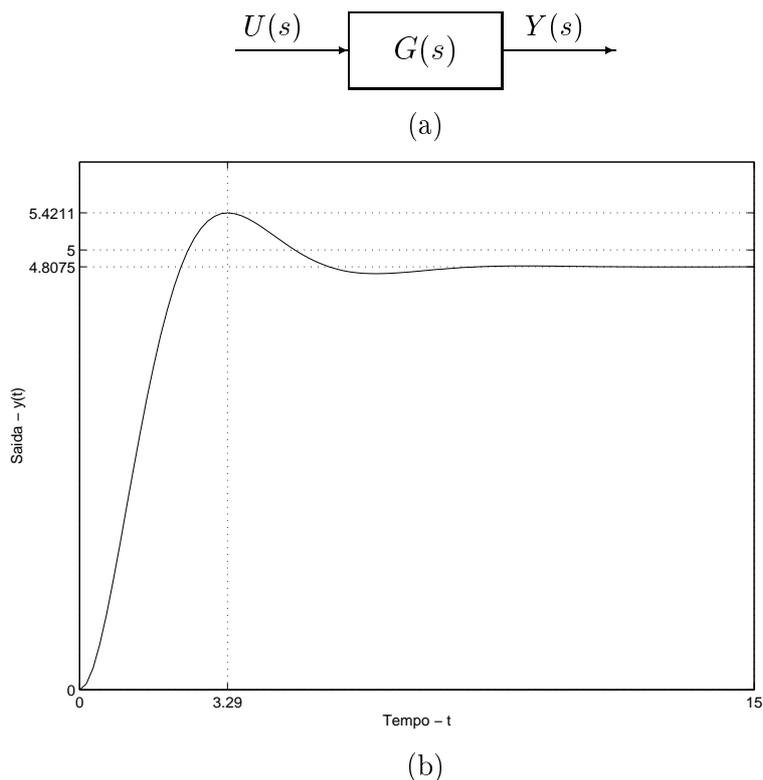


Figura 15: (a) Diagrama de blocos e (b) curva de saída observada durante o experimento de identificação do sistema do exercício 4.4

Encontre a função de transferência do sistema, sabendo que ela não possui zeros.

4.5 A figura 16 representa o diagrama de blocos de um sistema de controle de atitude de uma nave espacial. Supondo que a constante de tempo  $T$  do controlador seja igual a  $3s$  e a relação do torque para a inércia  $K/J$  seja  $(2/9) \text{rad}^2/\text{s}^2$ , calcule:

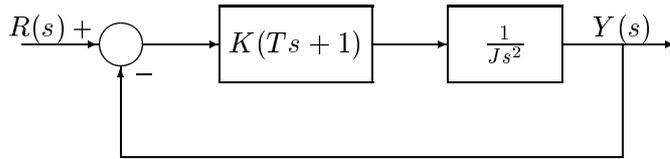


Figura 16: Diagrama de blocos para o sistema do exercício 4.5

- (a) a função de transferência  $T(s) = Y(s)/R(s)$ ;  
 (b) o coeficiente de amortecimento do sistema.

Suponha que seja aplicado um degrau unitário, isto é,  $R(s) = 1/s$ . Determine:

- (c) a resposta  $y(t)$ ;  
 (d) o erro de estado permanente;  
 (e) o tempo de subida ( $t_r$ ) e o tempo de pico ( $t_p$ );  
 (f) o percentual de ultrapassagem ( $PO$ ) e o máximo de pico ( $M_p$ ).

Deseja-se ainda saber se o sistema é de fase mínima ou não-mínima (justifique).

4.6 Um sistema com realimentação unitária negativa tem uma planta cuja função de transferência é dada por:

$$G(s) = \frac{s + 6}{s(s + 4)}.$$

- (a) Determine a função de transferência em malha fechada  $T(s) = Y(s)/R(s)$ .  
 (b) Encontre a resposta  $y(t)$  para uma entrada igual ao degrau  $r(t) = 4u_0(t)$ ,  $t > 0$ .  
 (c) Calcule o percentual de ultrapassagem da resposta.  
 (d) Usando o teorema do valor final, determine o erro de estado permanente ( $e_{ss}(t)$ ).

4.7 Um sistema automático para desenhar gráficos pode ser representado esquematicamente pelo digrama de blocos da figura 17.

- (a) Calcule o erro de estado permanente para uma entrada igual à rampa unitária.  
 (b) Selecione um valor de  $K$  que resulte numa ultrapassagem nula para uma entrada igual ao degrau, porém a resposta seja a mais rápida possível nessas condições.  
 (c) Represente graficamente os pólos e os zeros do sistema para o valor de  $K$  obtido em (b).

4.8 Um importante problema a ser contornado em sistemas de câmeras de filmagem é o tremer da imagem devido ao movimento da câmera. Este efeito ocorre quando a câmera é montada sobre um caminhão em movimento ou em um avião. Um sistema denominado DYNALENS, cujo diagrama de blocos está representado na figura 18, foi projetado de tal forma que este efeito seja

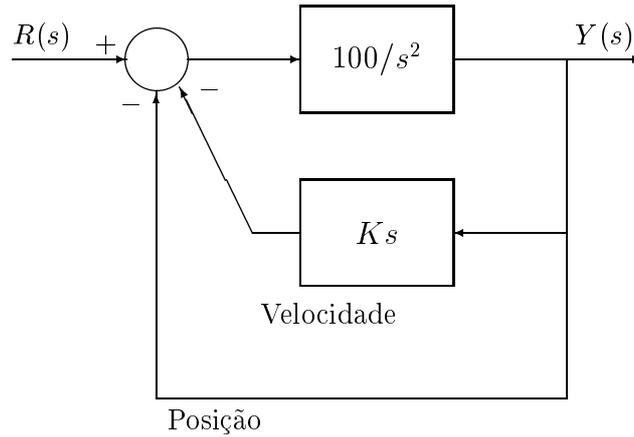


Figura 17: Diagrama de blocos do sistema automático para desenhar gráficos do exercício 4.7

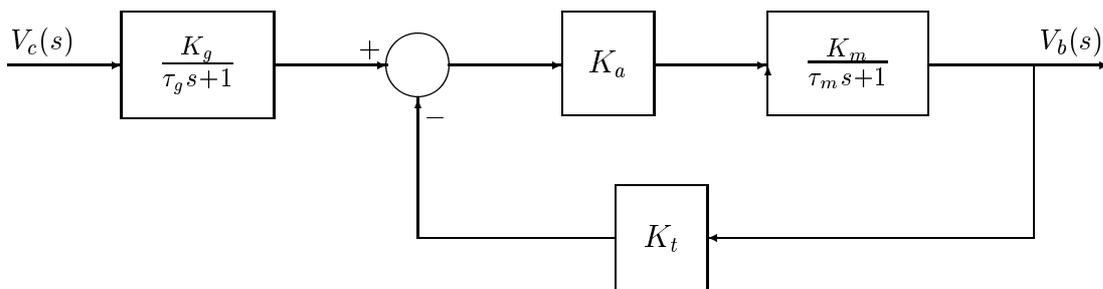
bastante reduzido.

Um movimento de no máximo  $25^\circ/s$  é esperado. Seja  $K_g = K_t = 1$  e suponha que  $\tau_g$  seja desprezível.

(a) Determine o erro do sistema ( $E(s)$ ), para uma entrada correspondente ao movimento máximo esperado.

(b) Determine o ganho de malha ( $K_a K_m K_t$ ), quando um erro de  $1^\circ/s$ , em estado permanente, é admissível.

(c) Se a constante de tempo do motor é  $0,4s$ , determine o ganho de malha para que o tempo de acomodação de  $v_b(t)$  seja menor ou igual a  $0,04s$ .



$v_c(t)$  : velocidade de referência

$v_b(t)$  : velocidade da câmera

Figura 18: Diagrama de blocos do sistema de controle do exercício 4.8

4.9 A função de transferência em malha aberta de um sistema com realimentação unitária negativa é

$$Q(s) = G(s)K(s) = \frac{K}{s(s+2)}.$$

A resposta a uma entrada igual ao degrau unitário é especificada como: (i) tempo de pico igual a  $1s$  e percentual de ultrapassagem igual a  $5\%$ .

(a) Determine se ambas as especificações podem ser satisfeitas simultaneamente.

(b) Se as especificações não puderem ser satisfeitas simultaneamente, determine um valor de compromisso  $\delta$  de tal forma que as especificações para o tempo de pico e para o percentual de ultrapassagem sejam relaxadas num mesmo percentual.

4.10 Um sistema realimentado é representado na figura 19. Aplica-se uma entrada igual ao degrau unitário e deseja-se que o percentual de ultrapassagem seja menor que 5% e que o tempo de acomodação seja menor que 4s. Encontre  $K$  e  $p$  de tal forma que as especificações sejam atendidas.

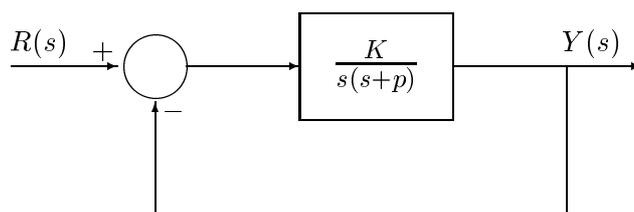


Figura 19: Diagrama de blocos para o exercício 4.10

4.11 Para a planta

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s - 1}$$

da figura 20 utilizou-se um controlador PD (proporcional + derivativo) cuja função de transferência é

$$K(s) = K_p + K_d s.$$

Determine todos os valores de  $K_p$  e  $K_d$  de tal forma que o sistema realimentado tenha uma resposta subamortecida com  $\zeta = 0,8$  e  $\omega_n > 3$  e cujo módulo de erro de estado permanente a uma entrada igual ao degrau unitário seja menor que 10%.

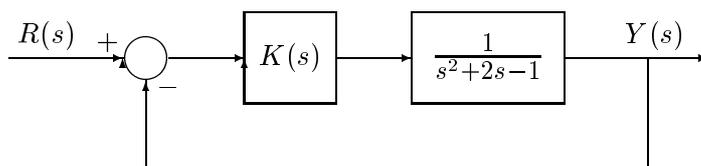


Figura 20: Diagrama de blocos para o sistema realimentado do exercício 4.11

4.12 Para o sistema da figura 21, tem-se que

$$G(s) = \frac{100}{s(s+5)(s+100)}$$

(a) Determine a função de transferência  $U(s)/R(s)$ ;

(b) Encontre  $K_p$  de tal modo que, para  $r(t) = 10u_0(t)$ , tem-se  $|u(t)| \leq 2600$ . Note que no presente caso  $\max_t |u(t)| = u(0)$ .

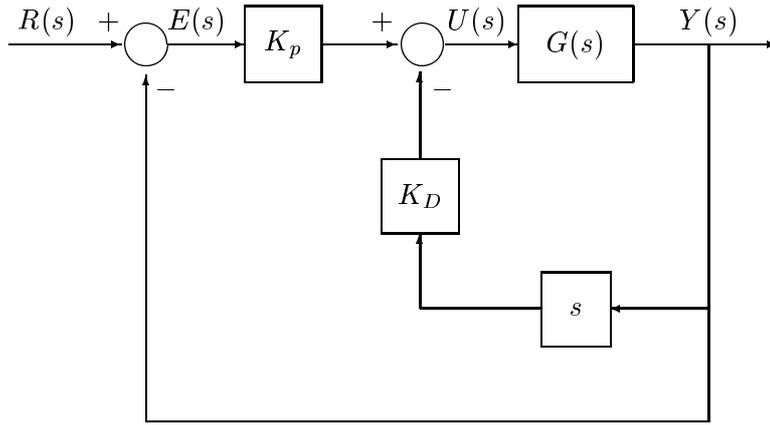


Figura 21: Diagrama de blocos para o sistema do exercício 4.12

4.13 Para o sistema da figura 22, encontre o erro de estado permanente  $e_{ss}(t)$  para uma entrada  $r(t) = u_0(t)$ .

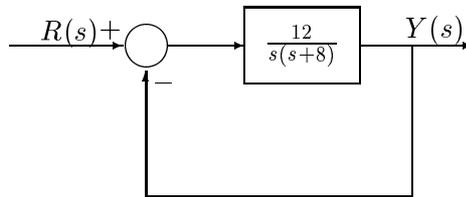


Figura 22: Diagrama de blocos do sistema realimentado referente ao exercício 4.13

## Capítulo V: Estabilidade de Sistemas Realimentados

5.1 Utilize o critério de Hurwitz para determinar o número de zeros no semi-plano da direita do plano- $s$  dos seguintes polinômios:

(a)  $p(s) = s^3 + 7s^2 + 14s + 8$

(b)  $p(s) = s^4 + 6s^3 + 26s^2 + 56s + 80$

5.2 A função de transferência que relaciona a resposta  $y(t)$  à entrada  $u(t)$  é dada por:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{5}{s^5 + s^4 + 3s^3 + 2s^2 + (K+1)s + (K+2)}$$

Determine os valores de  $K$  para que o sistema seja estável.

5.3 Um sistema com realimentação unitária negativa possui a seguinte função de transferência de ramo direto:

$$G(s)K(s) = \frac{K(0,1s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$

Determine os valores de  $K$  para que o sistema realimentado seja estável.

5.4 Considere o sistema realimentado da figura 23, onde:

$$G(s)K(s) = \frac{20K}{s^3 + 13s^2 + 32s + 20}, \quad K > 0.$$

Para quais valores de  $K$  o sistema realimentado será estável?

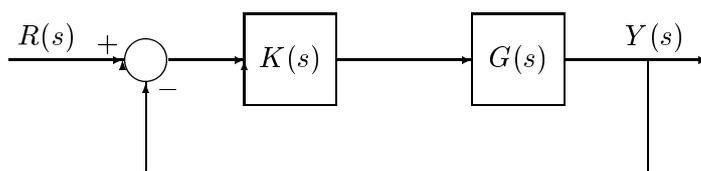


Figura 23: Diagrama de blocos para o sistema realimentado do exercício 5.4

5.5 Um sistema de controle é representado pelo diagrama de blocos da figura 24. Para quais valores do ganho  $K$ , o sistema será instável?

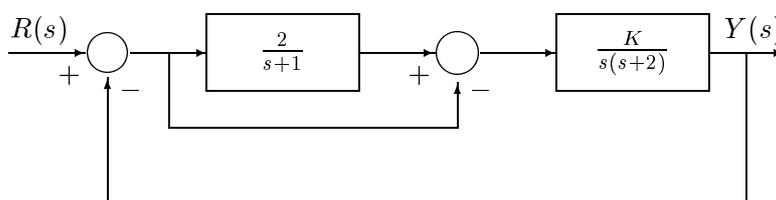


Figura 24: Diagrama de blocos para o sistema realimentado do exercício 5.5

5.6 Determine o lugar das raízes para os sistemas com realimentação unitária negativa cujas funções de transferências em malha aberta são:

(a)  $G(s)K(s) = \frac{K}{s^2+9}$ ;

(b)  $G(s)K(s) = \frac{K(s+3)}{s+1}$ ;

(c)  $G(s)K(s) = \frac{K(s+2)}{s(s+1)}$ ;

(d)  $G(s)K(s) = \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+1\pm j)}$ ;

(e)  $G(s)K(s) = \frac{K(s^2+6s+10)}{s^2+2s+10}$ .

5.7 Esboce o lugar das raízes do sistema realimentado cujo diagrama de blocos está representado na figura 25.

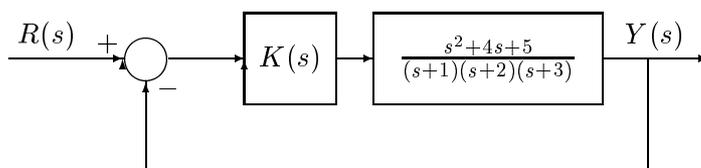


Figura 25: Diagrama de blocos para o sistema realimentado do exercício 5.7

5.8 Esboce o diagrama do lugar das raízes para o sistema representado na figura 26 e, a partir do diagrama, encontre os valores de  $K$  para os quais o sistema será estável.

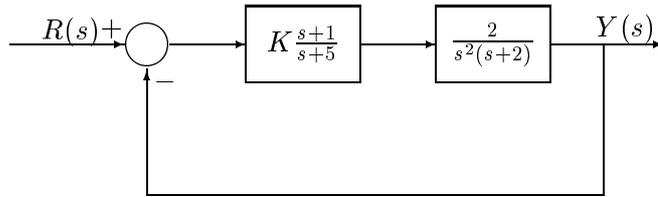


Figura 26: Diagrama de blocos do sistema realimentado referente ao exercício 5.8

## Capítulo VI: Análise da Resposta em Frequência

6.1 Esboce os diagramas de Bode para as seguintes funções de transferências:

(a)  $G(s) = \frac{10(s+2)}{s(s+40)}$ ;

(b)  $G(s) = \frac{100s}{(s+10)^2}$ ;

(c)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ ;

(d)  $G(s) = \frac{s+3}{s(s^2+2s+40)}$ ;

(e)  $G(s) = \frac{40s}{(1+2s)(1+s/20)(1+s/1000)}$ ;

(f)  $G(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+20)}$ ;

(g)  $G(s) = \frac{10(s+2)}{(s+1)(s+20)^2}$ ;

(h)  $G(s) = \frac{1,06(s-1)}{s(s+1)(s+2)}$ .

6.2 Determine a função de transferência do sistema cujos diagramas de Bode estão representados na figura 27.

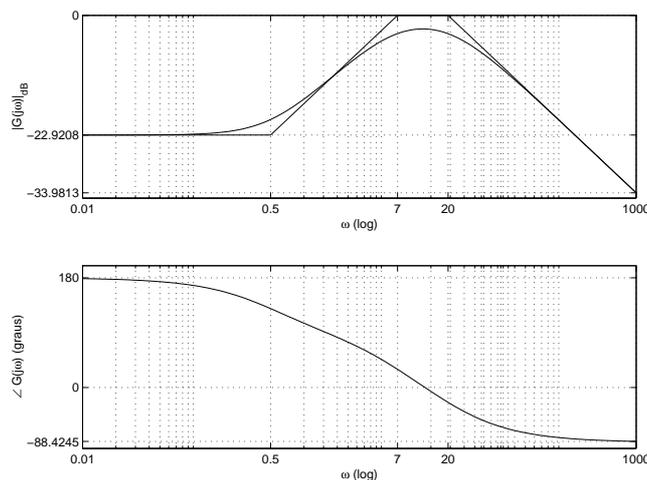


Figura 27: Diagramas de Bode referente ao exercício 6.2.

6.3 Determine a função de transferência do sistema cujas assíntotas do diagrama de módulo está representado na figura 28 e diga porque não foi necessário utilizar as informações contidas no digrama de fase.

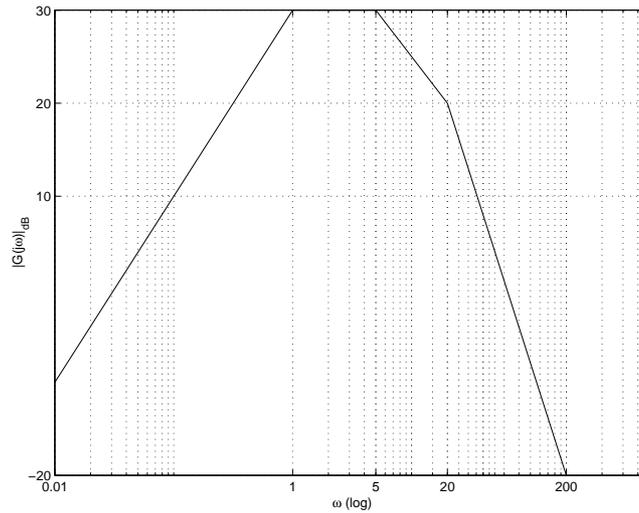


Figura 28: Assíntotas do diagrama de módulo do exercício 6.3

6.4 O modelo de uma planta estável é dado por:

$$G(s) = \frac{K}{s+\tau}$$

onde  $K > 0$  e  $\tau > 0$ . Determine  $G(s)$  sabendo que o diagrama de módulo obtido através de ensaio em laboratório é aquele representado na figura 29.

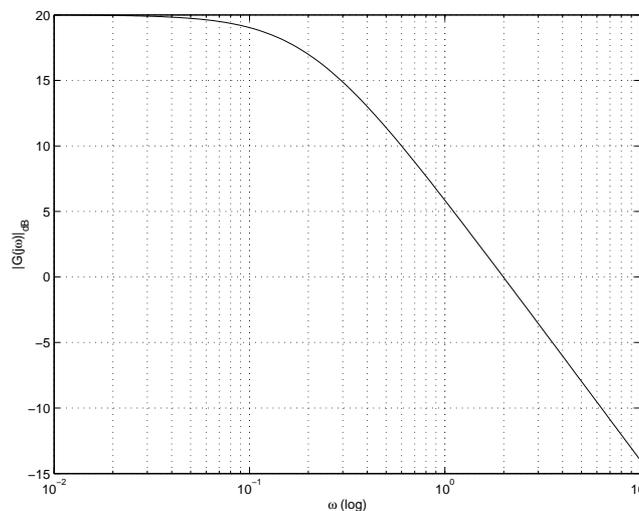


Figura 29: Diagrama de Bode de módulo do exercício 6.4

6.5 Encontre a função de transferência do sistema cujas assíntotas do diagrama de módulo de Bode estão representadas na figura 30.

6.6 Esboce os diagramas de Nyquist para os seguintes pares de planta-controlador e verifique se o sistema realimentado (realimentação negativa unitária) será estável ou não.

(a)  $G(s) = \frac{10(s-2)}{s(s+40)}$  e  $K(s) = \frac{1}{s+1}$ ;

(b)  $G(s) = \frac{1}{s-1}$  e  $K(s) = 10$ ;

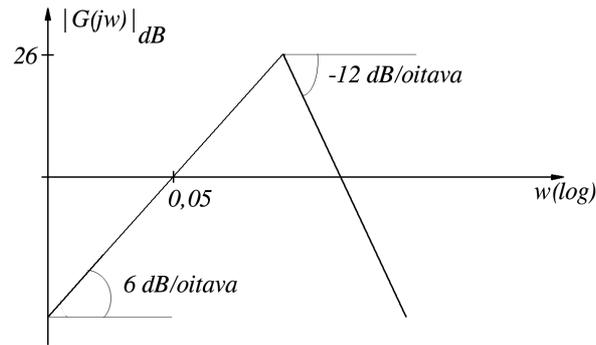


Figura 30: Diagrama de Bode para exercício 6.5

(c)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$  e  $K(s) = \frac{1}{s}$ ;

(d)  $G(s) = \frac{40}{s^2+2s+40}$  e  $K(s) = \frac{s+3}{s}$ ;

6.7 A partir do diagrama de Nyquist, verifique para quais valores de  $K$  o sistema realimentado da figura 31 será instável.

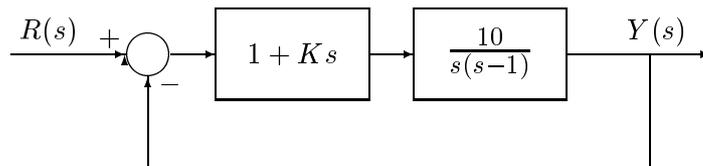


Figura 31: Diagrama de blocos para o sistema realimentado do exercício 6.7

6.8 Considere o diagrama de blocos da figura 32.

(a) A partir do diagrama de Nyquist, determine os valores de  $K$  para os quais o sistema realimentado será estável;

(b) Determine a margem de ganho do sistema;

(c) Determine o valor de  $K$  para o qual a margem de fase do sistema é  $50^\circ$ .

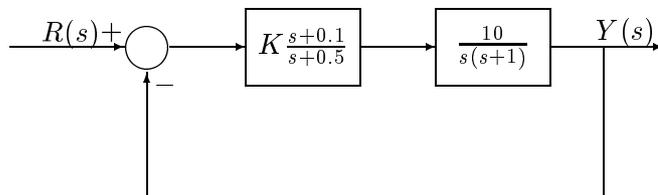


Figura 32: Diagrama de blocos do sistema realimentado referente ao exercício 6.8.

6.7 Calcule as margens de fase e de ganho para o sistema realimentado (realimentação unitária negativa) cuja função de transferência em malha aberta é dada por:

$$Q(s) = G(s)K(s) = \frac{10(s+0,5)}{s^2(s+2)(s+10)}.$$